“Carga y descarga de un capacitor en un circuito RC”

Informe Laboratorio Curso Física II

Catherine Andreu, María José Morales, Gonzalo Núñez, and Clío Peirano
Ing. en Biotecnología Molecular.
[*] *Facultad de Ciencias, Universidad de Chile*

(Dated: 9 de mayo 2008)

El objetivo de este laboratorio es estudiar los procesos de carga y descarga de un condensador. Para el primero se procedió a armar un circuito RC, uno para una resistencia R=10 KΩ y otra 2R=20 KΩ, ambos con un condensador C= $2200\mu F$. En el proceso de descarga también se utilizó un circuito RC y la resistencia utilizada fue de 2R. Luego se midió el voltaje a través del tiempo.

Se graficó ln (Vo - Vc), donde Vo corresponde al voltaje de la fuente y Vc al medido. Se obtuvo: para la resistencia R la constante de tiempo τ_{exp} fue de 30 [s] con un 36.36 % de error; para 2R τ_{exp} fue 54 [s] con un error del 22.7 %. Para el proceso de descarga, se graficó ln (Vc) versus tiempo para una resistencia 2R. Se obtuvo un τ_{exp} de 52 [s] con un error del 18.2 %.

I. INTRODUCCIÓN

Un condensador o capacitor es un dispositivo formado por un par de conductores, generalmente separados por un material dieléctrico. Al someterlo a una diferencia de potencial ΔV, adquiere una determinada carga. A esta propiedad se le denomina capacitancia. La capacitancia posee una unidad de medida en el S.I. de Farad [F]. Esto significa que al someter el dispositivo a una diferencia de potencial de 1 Volt adquiere una carga de 1 Coulomb. Esto equivale a una capacitancia de 1 [F].

Los condensadores poseen gran importancia ya que forman parte de circuitos electrónicos presentes en aparatos como el televisor, computador, etc.

En este laboratorio se determinará la relación existente entre voltaje y tiempo en un capacitor a medida que éste es cargado y descargado; así como se identificará la constante del tiempo τ de un circuito RC.

II. RESUMEN TEÓRICO

Para llegar a la expresión que describe la carga y descarga de un condensador enunciamos las siguientes fórmulas básicas:

Por Ley de Ohm:

$$V_R = IR \tag{1}$$

Por definición de capacitancia:

$$V_C = \frac{Q}{C} \tag{2}$$

Por definición de intensidad de corriente:

$$I = \frac{dQ}{dt} \tag{3}$$

Y la constante de tiempo Tau:

$$\tau = RC \tag{4}$$

A. Descarga

Ahora procederemos a demostrar la siguiente expresión para la descarga de un condensador:

$$V_{(t)} = V_0 \; e^{-t/\tau} \tag{5}$$

Podemos considerar al circuito RC como un lazo cerrado. Luego, la segunda ley de Kirchhoff es aplicable, es decir:

$$V_C - V_R = 0$$

Ya que ΔV del capacitor actúa como fuente, y la resistencia genera una caída de potencial.
Por lo tanto:

$$V_R = V_C$$

[*] • Departamento de Física
• Nelson Aliaga, Profesor
• Andrés Sepúlveda y Pablo Ortiz , Ayudantes

Si reemplazamos V_R y V_C en las fórmulas (1) y (2) queda lo siguiente:

$$IR = \frac{Q}{C}$$

Ahora se reemplaza utilizando la fórmula (3) sin embargo con el signo negativo ya que la intensidad de corriente va disminuyendo con el tiempo:

$$-\frac{dQ}{dt}R = \frac{Q}{C}$$

Luego se procede a hacer el siguiente despeje:

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

Ahora procedemos a integrar con los respectivos límites de integración a ambos lados:

$$\int_{Q_0}^{Q_{(t)}} \frac{1}{Q}dQ = \frac{-1}{RC}\int_0^t dt$$

Donde $Q_{(t=0)} = Q_0$

$$\Rightarrow \ln(Q_{(t)}) - \ln(Q_0) = \ln\left(\frac{Q_{(t)}}{Q_0}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{Q_{(t)}}{Q_0} = e^{-t/RC}$$

$$Q_{(t)} = Q_0\ e^{-t/RC}$$

Dividiendo por C, obtenemos:

$$\frac{Q_{(t)}}{C} = \frac{Q_0}{C}\ e^{-t/RC}$$

De la expresión (2):

$$V_{(t)} = V_0\ e^{-t/RC} \tag{6}$$

Para la regresión lineal usaremos la expresión (6) reescrita de la siguiente forma, y reemplazando de (4):

$$\ln(V_{(t)}) = -\frac{t}{\tau} + \ln(V_0) \tag{7}$$

B. Carga

A continuación procederemos a demostrar la siguiente fórmula para la carga de un condensador:

$$V_{(t)} = V_0(1 - e^{-t/\tau})$$

Por la segunda ley de Kirchhoff podemos decir que:

$$0 = -V_R - V_C + V_0$$

Donde V_0 es el voltaje de la fuente. Luego:

$$V_0 = V_R + V_C$$

Usando (2) y (1) tenemos:

$$\frac{Q_0}{C} = IR + \frac{Q}{C}$$

De (3):

$$\frac{Q_0}{C} = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C}$$

Reordenando:

$$\frac{dt}{RC} = \frac{dQ}{(Q_0 - Q)}$$

Integrando con los respectivos límites:

$$\frac{1}{RC}\int_0^t dt = \int_0^{Q_{(t)}} \frac{dQ}{(Q_0 - Q)}$$

$$\frac{t}{RC} = -\left(ln(Q_0 - Q_{(t)}) - \ln(Q_0)\right)$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln\left(\frac{Q_0 - Q_{(t)}}{Q_0}\right)$$

Aplicando exponencial y dividiendo por C, obtenemos:

$$\frac{Q_{(t)}}{C} = \frac{Q_0}{C}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

De la expresión (2)

$$V_{(t)} = V_0\left(1 - e^{-t/RC}\right) \tag{8}$$

Para la regresión lineal usaremos la expresión (8) reescrita de la siguiente forma, y reemplazando de (4):

$$\ln(V_0 - V_{(t)}) = -\frac{t}{\tau} + \ln(V_0) \tag{9}$$

III. MÉTODO EXPERIMENTAL

Se ocupan los siguientes elementos:

- ◦ Fuente con voltaje inicial Vo= 20[V]
- ◦ Cables conectores
- ◦ Condensador de 2200 [μF]
- ◦ Multímetro o tester
- ◦ Cronómetro
- ◦ Resistencias $R_1 = 1 \times 10^4 \pm 5\,\%$ [Ω] y $R_2 = 2 \times 10^4 \pm 5\,\%$ [Ω]

Se monta un circuito RC (resistencia y condensador) conectando con cables la fuente de poder, la resistencia R y el condensador en serie, como se muestra en la Figura 1.

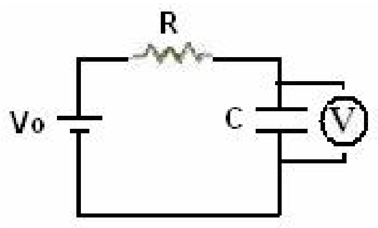

Figura 1: Circuito RC con resistencia R.

El multímetro lo conectamos como voltímetro en paralelo a través del condensador. A continuación se mide el voltaje del condensador, anotando los datos entregados por el voltímetro a intervalos de 5 segundos. Debemos tener el cuidado de conectar el circuito justo en el momento en que comenzaremos a realizar las mediciones, pues de lo contrario el condensador comenzará a cargarse antes.

El montaje usado para la segunda actividad, cambia en el anterior por una resistencia 2R antes del capacitor. (Ver Figura 2). Las mediciones también se realizan en intervalos de 5 segundos.

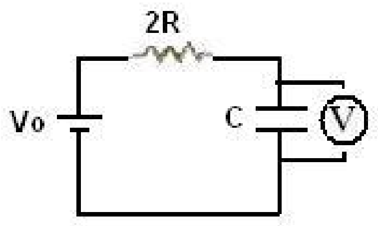

Figura 2: Circuito RC con resistencia 2R.

Para estudiar la descarga se arma el siguiente circuito (Figura 3), una vez cargado el condensador:

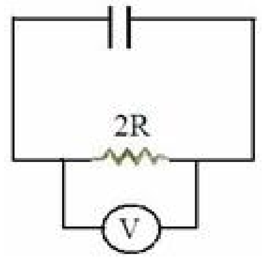

Figura 3: Capacitor conectado con una resistencia 2R.

Se mide el voltaje del circuito en intervalos de tiempo de 5 segundos, para luego graficar los datos obtenidos.

IV. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

A. Resultados obtenidos

Para el proceso de carga del capacitor:

Tabla I. Datos R1

t (s) $\pm 0,5$	V (V) $\pm 0,5$
0,0	0,0
5,0	4,0
10,0	6,9
15,0	9,2
20,0	11,1
25,0	12,7
30,0	13,9
35,0	14,9
40,0	15,7
45,0	16,4
50,0	16,9
55,0	17,3
60,0	17,7
65,0	18,0
70,0	18,3
75,0	18,5
80,0	18,7
85,0	18,9
90,0	19,0

Tabla II. Datos R2

t (s) $\pm 0,5$	V (V) $\pm 0,5$
0,0	0,0
5,0	2,1
10,0	3,9
15,0	5,4
20,0	6,9
25,0	8,1
30,0	9,1
35,0	10,1
40,0	11,0
45,0	11,8
50,0	12,5
55,0	13,1
60,0	13,7
65,0	14,3
70,0	14,7
75,0	15,1
80,0	15,5
85,0	15,8
90,0	16,1

Para el proceso de descarga se obtuvieron los siguientes datos presentados en la tabla III, utilizando la resistencia R_2:

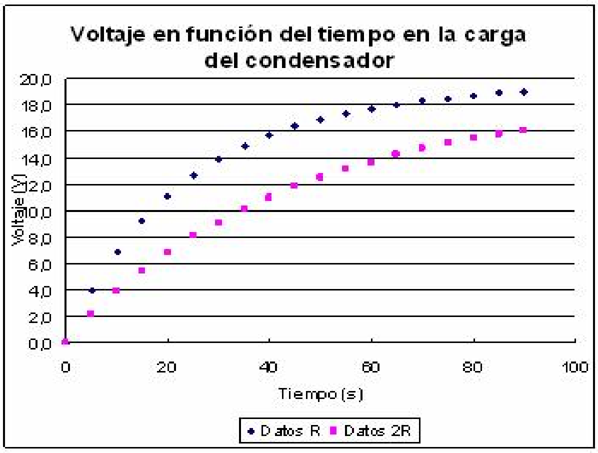

Figura 4: Gráfico carga del condensador con resistencias R_1 y R_2.

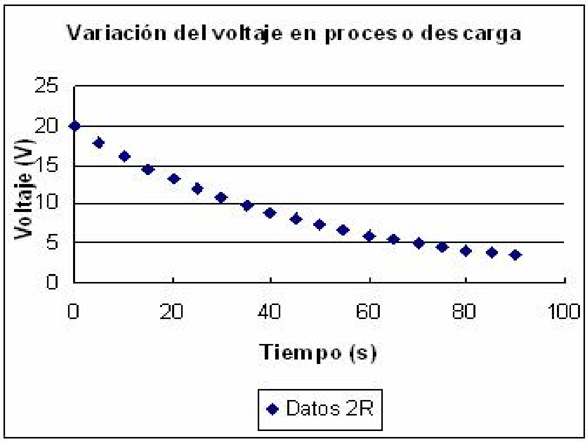

Figura 5: Gráfico descarga del condensador con resistencia R_2.

Tabla III. Datos en descarga.

t (s) $\pm 0,5$	V (V) $\pm 0,5$
0,0	20,0
5,0	17,9
10,0	16,0
15,0	14,5
20,0	13,2
25,0	12,0
30,0	10,9
35,0	9,9
40,0	9,0
45,0	8,1
50,0	7,4
55,0	6,7
60,0	6,1
65,0	5,5
70,0	5,0
75,0	4,6
80,0	4,2
85,0	3,9
90,0	3,6

B. Análisis de datos

El gráfico de la Figura 4 demuestra que el aumento de voltaje es decreciente a medida que transcurre el tiempo. Se podría extrapolar, a partir de la expresión (8) del marco teórico, que cuando el tiempo transcurrido sea infinito, tendremos $V_{(t)} = V_C = V_0$ que será la cota máxima y que corresponderá valor del potencial de la fuente.

En la Figura 5 vemos que en tiempo 0 el voltaje corresponde al almacenado por el capacitor (20V), y que decae en el tiempo debido a que el capacitor se está descargando y las cargas redistribuyendo. A partir del grafico y la expresión (6), se podría extrapolar que pasado cierto tiempo el potencial del sistema se hará nulo.

Realizamos un gráfico de ln (Vo-Vc) y otro de ln (Vc) en función del tiempo; de acuerdo con las expresiones (7) y (9) del marco teórico.

De esta forma, obtenemos las siguientes tablas:

1. Proceso de carga del condensador:

Tabla IV. $\ln(V_0 - V_C)$ para resistencia R_1.

t(s) $\pm$ 0,5(s)	$\ln(V_0 - V_C)$
0,0	3,0
5,0	2,8
10,0	2,6
15,0	2,4
20,0	2,2
25,0	2,0
30,0	1,8
35,0	1,6
40,0	1,5
45,0	1,3
50,0	1,1
55,0	1,0
60,0	0,8
65,0	0,7
70,0	0,5
75,0	0,4
80,0	0,3
85,0	0,1
90,0	0,0

Tabla V. $\ln(V_0 - V_C)$ para resistencia R_2.

t(s) ± 0,5(s)	$\ln(V_0 - V_C)$
0,0	3,0
5,0	2,9
10,0	2,8
15,0	2,7
20,0	2,6
25,0	2,5
30,0	2,4
35,0	2,3
40,0	2,2
45,0	2,1
50,0	2,0
55,0	1,9
60,0	1,8
65,0	1,7
70,0	1,7
75,0	1,6
80,0	1,5
85,0	1,4
90,0	1,4

Y obtenemos el siguiente gráfico (Figura 6)

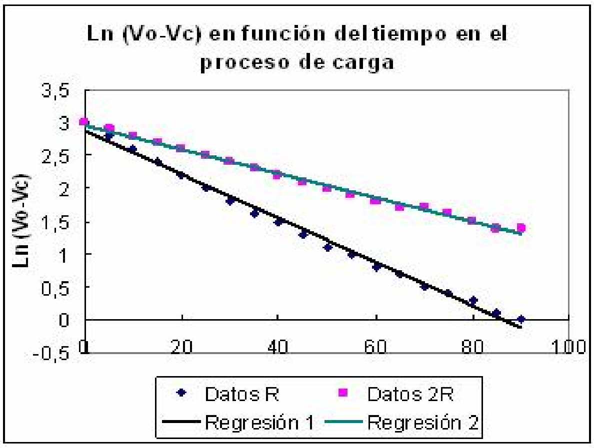

Figura 6: Gráfico y regresión lineal para la carga.

El grafico de $\ln(V_0 - V_C)$ en función del tiempo representa una línea recta que se ajusta a la expresión (9). Como esta expresión es equivalente a la (8), podemos decir que ΔV corresponde a una función exponencial.

Las regresiones lineales obtenidas para cada serie de datos fueron:

Para $R = R_1$:
$y = (-0,0333 \pm 0,0006)x + 2,87 \pm 0,07$
$R^2 = 0,9935$

Para $2R = R_2$:
$y = (-0,0185 \pm 0,0009)x + 2,96 \pm 0,08$
$R_2 = 0,9945$
Luego se tiene:

Para R_1:

Como se deriva en la expresión (9) del marco teórico; y donde τ corresponde a lo expresado en (4), podemos expresar que:

- La pendiente teórica es -1/RC = -0,0454.
- La pendiente obtenida fue $-0,0333 \pm 0,0006$, luego el error es del $26,7 \pm 1,3\,\%$.
- $\tau_{teorico} = RC = 1 \times 10^4[\Omega] \cdot 2200[\mu F] = 22,0[s]$
- $\tau_{exp} = -1/-0,0333 = 30,0 \pm 0,5$ [s] con un 36,4 $\pm\, 2,3\,\%$ de error.

La ordenada en el origen teórica es:

- $\ln(V_0) = \ln(20) = 2,96[V]$
- Y se obtuvo $2,87 \pm 0,07[V]$ experimental, con un error del $3,04 \pm 2,36\,\%$.

Para R_2:

- La pendiente teórica es -1/RC = -0,0227.
- La pendiente obtenida fue $-0,0185 \pm 0,0009$, luego el error es del 18,5 $\pm\, 3,96\,\%$.
- $\tau_{teorico} = RC = 2 \times 10^4[\Omega] \cdot 2200[\mu F] = 44,0[s]$
- $\tau_{exp} = -1/-0,0185 = 54,0 \pm 2,6[s]$ con un 22,7 $\pm\, 5,91\,\%$ de error.

La ordenada en el origen teórica es:

- $\ln(V_0) = \ln(20) = 2,96[V]$
- Y se obtuvo $2,96 \pm 0,08[V]$, con un error de $0 \pm 2,70\,\%$.

2. Proceso de descarga del condensador:

Tabla VI. $\ln(V_C)$ para la resistencia 2R

t(s) ± 0,5(s)	Ln (Vc)
0,0	3,0
5,0	2,9
10,0	2,8
15,0	2,7
20,0	2,6
25,0	2,5
30,0	2,4
35,0	2,3
40,0	2,2
45,0	2,1
50,0	2,0
55,0	1,9
60,0	1,8
65,0	1,7
70,0	1,6
75,0	1,5
80,0	1,4
85,0	1,4
90,0	1,3

Obteniéndose el grafico (Figura 7):

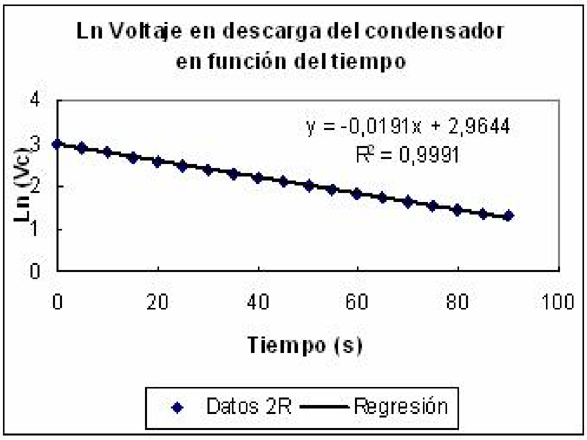

Figura 7: Gráfico Ln del voltaje en función del tiempo para la descarga del capacitor.

El grafico de $\ln(V_C)$ en función del tiempo también representa una línea recta que se ajusta a la expresión (7), equivalente a (6), podemos decir que ΔV se ajusta a dicha función exponencial.

La regresión lineal obtenida fue:

$y = (-0,0191 \pm 0,0001)x + 2,9644 \pm 0,03$

$R_2 = 0,9991$

- La pendiente teórica es -1/RC= -0,0227 y obtuvimos $-0,0191 \pm 0,0001$ con un error del $15,9 \pm 0,440\,\%$.
- $\tau_{teorico}$ es $RC = 44[s]$ y obtuvimos $52,4 \pm 0,3[s]$ con un error del $18,2 \pm 0,681\,\%$.

V. CONCLUSIONES

Los datos obtenidos para 2R presentan un comportamiento similar a los datos de R con la excepción de que el ΔV del primero es menor en un mismo intervalo de tiempo. Esto se podría justificar ya que al haber una mayor resistencia (2R), hay mayor oposición a la circulación de la corriente y luego el capacitor tarda un mayor tiempo en cargarse. La resistencia se relaciona con la constante de tiempo τ en forma directamente proporcional.

En el proceso de carga de un condensador en un circuito RC el voltaje aumenta de forma exponencial.
Los resultados para τ_{exp} obtenidos fueron 30 [s] con un 36.36 % error para la resistencia de 10 [KΩ] y de 54 [s] con un 22.7 % error para la resistencia del doble de la anterior.

En el proceso de descarga de un condensador, el voltaje disminuye de la misma forma, es decir, exponencialmente.
La resistencia también retarda el proceso de descarga y también se relaciona directamente proporcional con τ.
El valor obtenido para τ_{exp} fue de 52,4[s] con un 18,2 % de error.

En general, podemos discutir que la metodología experimental se realizó minuciosamente y con cuidado de medir correctamente. Obtuvimos buenos datos ya que los coeficientes de correlación en los gráficos indicaron buenas regresiones lineales, todos fueron mayores a 0,99. Sin embargo fue sorpresivo el hecho de que los porcentajes de error fueran relativamente altos.
Creemos que se puede deber a que quizá hubo un pequeño desfase en el momento de dictar el tiempo y de realizar la medición en el multitester, o tal vez la fuente de poder no mantuvo constante la diferencia de potencial al ser un aparato relativamente antiguo.

VI. BIBLIOGRAFÍA

1. Guía de laboratorio y documento para el tratamiento de errores.
2. Física para Ciencias e Ingeniería Tomo II. Raymond Serway.